



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



Балтийский  
федеральный университет  
имени Иммануила Канта



Правительство  
Калининградской области

АССОЦИАЦИЯ  
ВЕДУЩИХ УНИВЕРСИТЕТОВ  
РОССИИ



## VII Балтийский образовательный форум МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ И СОВРЕМЕННЫЙ МИР

Калининград, 3–5 октября 2013 г.

### II Международная конференция «Высокопроизводительные вычисления – математические модели и алгоритмы», посвященная Карлу Якоби

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

VII Балтийский образовательный форум  
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ  
И СОВРЕМЕННЫЙ МИР

Калининград, 3-5 октября 2013 г.

II Международная конференция  
«Высокопроизводительные вычисления –  
математические модели и алгоритмы»,  
посвященная Карлу Якоби

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Калининград - 2013

**Математическое моделирование квазипериодического движения космического аппарата в окрестности точки  $L_2$  системы Солнце-Земля****Mathematical modeling of the spacecraft's quasi periodic motion in the vicinity of the Sun-Earth system  $L_2$  point**

В работе рассмотрены квазипериодические орбиты в окрестности точки либрации  $L_2$  системы Солнце-Земля, использование которых возможно в проектах «Спектр-РГ» и «Миллиметрон». Приведена классификация периодических и квазипериодических движений в окрестности коллинеарных точек либрации, а так же визуализация описываемых многообразий с помощью отображения Пуанкаре.

Предложено в качестве рабочей орбиты КА «Миллиметрон» и «Спектр-РГ» использовать различные виды гало-орбит – в первом случае гало-орбиту с выходом из плоскости эклиптики на 1 млн. км, а во втором, напротив, гало-орбиту, лежащую в малой окрестности плоскости эклиптики.

Разработан метод и реализован математический алгоритм, реализующий баллистическое проектирование миссий к точке либрации  $L_2$  системы Солнце-Земля - моделирование перелета на гало-орбиту с заданными геометрическими характеристиками и квазипериодического движения по ней. В частности, изложен математический алгоритм построения траекторий одноимпульсных перелетов Земля – гало-орбита с использованием и без использования лунного гравитационного маневра. Данный алгоритм предполагает построение начального приближения путем расчета и анализа изолиний функции высоты перигея орбиты над поверхностью Земли, аргументами которой являются параметры, характеризующие гало-орбиту.

Указанный алгоритм позволяет получить гало-орбиты с заданными геометрическими характеристиками как в плоскости эклиптики, так и в плоскости, ей ортогональной.

Движение в окрестности коллинеарных точек либрации является неустойчивым, что обуславливает необходимость проведения маневров удержания КА на выбранной гало-орбите. Разработан алгоритм расчета импульсов маневров, реализующих стратегию удержания КА, получены оценки затрат характеристической скорости на поддержание орбиты.

Представлены рассчитанные авторами гало-орбиты, удовлетворяющие баллистическим требованиям проектов «Спектр-РГ» и «Миллиметрон».

This work considers quasi periodic orbits in the vicinity of the Sun-Earth system  $L_2$  libration point, that could be used for the upcoming "Spectr-RG" and "Millimetron" missions. The classification of periodic motions in the vicinity of the collinear libration points is presented along with the visualization of the described manifolds with the help of Poincare section.

Different types of halo orbits are proposed for "Millimetron" and "Spectr-RG" missions – in the first case it is a halo orbit, going 1 mln. km away from the ecliptics plane, and in the second one, on the contrary it is a halo orbit, lying in a close vicinity of the  $L_2$  point.

The method and mathematical algorithm, providing the ballistic design of the spacecraft transfer to the vicinity of the Sun-Earth system  $L_2$  point and halo orbit motion in this area has been developed and implemented. The developed method provides halo orbits with given geometrical dimensions in the ecliptics plane and in plane orthogonal to it.

For calculation of one impulse flights from the Earth to the halo orbit (with the help of a swing by maneuver or without it) the initial approximation construction algorithm has been implemented. These approximations are calculated by means of two variables' function isolines construction and analysis. The transfer trajectory perigee height above the Earth surface is considered to be such a function. The arguments of this function are the special parameters describing the halo orbit.

The motion in the vicinity of the collinear libration points is unstable, that presupposes some stationkeeping strategy to keep the spacecraft in the selected halo orbit. An algorithm, calculating stationkeeping maneuver impulses and providing stationkeeping strategy for the whole spacecraft lifetime has been developed. The characteristic velocity costs needed for the stationkeeping have been evaluated.

The halo orbits, calculated with the help of the methods described above and meeting ballistic requirements of the "Spectr-RG" and "Millimetron" missions are presented.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крейсман Б.Б. Семейства периодических решений гамильтоновых систем. Несимметричные периодические решения плоской ограниченной задачи трех тел. // Космические исследования. 2005. Т. 43. № 2 С. 88-110.
2. Крейсман Б.Б. Семейства периодических решений пространственной ограниченной задачи трех тел. // Космические исследования. 2009. Т. 47. № 1 С. 64-78.
3. Крейсман Б.Б. Применение периодических решений пространственной задачи трех тел для проектирования орбиты космического телескопа. // Космические исследования. 2009. Т. 47. № 5 С. 444-451.
4. Крейсман Б.Б. Устойчивые пространственные орбиты "вокруг" коллинеарных точек либрации. // Космические исследования. 2010. Т. 48. № 3. С. 271-278
5. Крейсман Б.Б. Одноимпульсные перелеты с орбит искусственных спутников на орбиты вокруг точки либрации  $L_1$  или  $L_2$ . // Космические исследования. 2011. Т. 49. № 4. С. 335-344.
6. Крейсман Б.Б. Периодические решения пространственной ограниченной задачи трех тел. 2. Потеря симметрии при резонансе 1/1. // Космические исследования. 2012. Т. 50. № 1. С.68-78.
7. Ильин И.С., Заславский Г.С., Лавренов С.М., Сазонов В.В., Степаньянц В.А., Тучин А.Г., Тучин Д.А., Ярошевский В.С. Баллистическое проектирование траекторий перелета с орбиты искусственного спутника Земли на гало-орбиту в окрестности точки  $L_2$  системы Солнце-Земля. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, 2013, № 6. URL: [http://keldysh.ru/papers/2013/prep2013\\_6.pdf](http://keldysh.ru/papers/2013/prep2013_6.pdf)
8. Ильин И.С., Сазонов В.В., Тучин А.Г. Траектории перелета с низкой околоземной орбиты на многообразие ограниченных орбит в окрестности точки либрации  $L_2$  системы Солнце - Земля // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, 2012, № 66. URL: [http://keldysh.ru/papers/2012/prep2012\\_66.pdf](http://keldysh.ru/papers/2012/prep2012_66.pdf)
9. Ильин И.С., Сазонов В.В., Тучин А.Г. Построение ограниченных орбит в окрестности точки либрации  $L_2$  системы Солнце - Земля // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, 2012, № 65. URL: [http://keldysh.ru/papers/2012/prep2012\\_65.pdf](http://keldysh.ru/papers/2012/prep2012_65.pdf)
10. Farquhar R.W. The Control and Use of Libration-Point Satellites // Ph.D. Dissertation, Dept. of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, Stanford, CA, 1968
11. Canalias E., Gomez G., Marcote M., Masdemont J.J. Assessment of Mission Design Including Utilization of Libration Points and Weak Stability Boundaries. - Department de Matematica Aplicada, Universitat Politecnica de Catalunya and Department de Matematica Aplicada, Universitat de Barcellona.
12. Richardson D.L. A note on the Lagrangian Formulation for Motion about the Collinear Points. // Celestial Mechanics, 22(3):231-235, 1980.
13. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. - М.: Наука, 1966 г., 568 с.
14. Jorba A., Villanueva J. On the Persistence of Lower Dimensional Invariant Tori Under Quasiperiodic Perturbations. // J. Nonlinear Science, 7:427-473, 1997.
15. Маркеев А.П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. - М.: Наука, 1978.
16. Маршалл К. Задача трех тел. - Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004.
17. Лидов М.Л., Ляхова В.А., Тесленко Н.М. Траектории полета Земля - Луна - гало-орбита в окрестности точки  $L_2$  системы Земля - Солнце // Космические исследования, 1992. Т. 30. № 4. С.435-454.

18. Лидов М.Л., Ляхова В.А., Тесленко Н.М. Одноимпульсный перелет на условно-периодическую орбиту в окрестности точки  $L_2$  системы Земля - Солнце и смежные задачи // Космические исследования, 1987. Т. 25. № 2. С. 163-185.
19. Eismont N., Dunham D., Jen S.-C., Farquhar R. Lunar Swingby as a Tool for Halo-Orbit Optimization in Relict-2 Project // Proceeding of the ESA Symposium on Spacecraft Flight Dynamic, Germany, 30-4 October, 1991 (ESA SP-326, December 1991), pp.435-439.
20. Лидов М.Л., Ляхова В.А., Тесленко Н.М. Характеристики управления при выведении КА в окрестность точки  $L_2$  системы Солнце - Земля с использованием гравитации Луны (Проект "Реликт-2") // Космические исследования, 1993. Т. 31. № 5. С.3-20.
21. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Аналитические и качественные методы. -М.: Наука, 1978.
22. Себехей В. Теория орбит. Ограниченная задача трех тел. - М: Наука, 1982.
23. Gómez G., Jorba À, Masdemont J.J., Simó C. Dynamics and Mission Design Near Libration Point Orbits. // Advanced Methods for Collinear Points. Volume 3. World Scientific, 2000.

#### Сведения об авторах

1. Геннадий Константинович Боровин, д-р физ.-мат. наук, ИПМ им. М.В. Келдыша, зам. директора по научной работе, Москва, Россия, borovin@keldysh.ru, тел. 8-499-250-80-67  
Gennadij Konstantinovich Borovin, doctor of physical and mathematical sciences, KIAM RAS, deputy director, Moscow, Russia, borovin@keldysh.ru, tel. 8-499-250-80-67
2. Андрей Георгиевич Тучин, д-р физ.-мат. наук, ИПМ им. М.В. Келдыша, зав. сектором №2 отдела №5, Москва, Россия, tag@kiam1.rssi.ru, тел. 8-495-333-80-67  
Andrej Georgievich Tuchin, doctor of physical and mathematical sciences, KIAM RAS, head of sector №2, department №5, Moscow, Russia, tag@kiam1.rssi.ru, tel. 8-495-333-80-67
3. Ильин Иван Сергеевич, аспирант, ИПМ им. М.В. Келдыша, м.н.с., сектор №2, отдел №5, Москва, Россия, is.ilin@physics.msu.ru, тел. 8-495-333-80-67  
Ivan Sergeevich Ilin, postgraduate student, KIAM RAS, junior research fellow, sector №2, department №5, Moscow, Russia, is.ilin@physics.msu.ru, tel. 8-495-333-80-67



Построение туров в системе Юпитера с использованием гравитационных маневров около галилеевых лун

Tours Designing in the Jovian System with Gravity Assist near Galileian Moons

Использование гравитационных маневров около естественных небесных тел позволяет значительно расширить область освоения Солнечной системы при существующем уровне развития космической техники (его началом можно считать советский проект Луна-3). Дополнительный задел характеристической скорости, получаемый практически безвозмездно - за счет орбитальной энергии планет или их спутников - дает возможность для совершения туров к планетам-гигантам, и, в первую очередь - к системам Юпитера и Сатурна. И, если в первых космических миссиях подобного рода (Пионер-10, Вояджер-1) выбранная мишень использовалась в качестве катапульты нового разгона корабля, то в последующем были использованы более сложные сценарии, использующие не только разгонные гравитационные маневры, но и симметричные им - тормозные, с целью "высадки" в выбранную спутниковую систему с минимальной величиной тормозного импульса (Галилео, Кассини). В этих случаях, наряду с выбором "окон старта" от Земли, появилась необходимость разработки комбинационного маневрирования с соответствующими сценариями и схемами гравитационных маневров. В этом смысле перспективные космические миссии (проект Роскосмоса "Лашлас" при кооперации с проектом ESA JUICE [1]), предусматривающие посадку на один из спутников Юпитера, обязаны стать еще более проработанными вариантами, поскольку пролет, облет и - посадка подразумевают трехкратную редукцию скорости прибытия космического аппарата, которую, при наличии ограничений на расход топлива, можно обеспечить только с помощью гравитационных маневров около крупных естественных спутников Юпитера: Ио, Европа, Ганимед, Каллисто. При этом ограниченные динамические возможности использования лун требуют проведения десятков прохождений около них.

Становится очевидной актуальность регулярного построения оптимальных сценариев - последовательностей прохождения небесных тел и выработки условий их исполнения. В работе представлена методика построения таких цепочек. Даются примеры ее использования для проработки конкретных вариантов миссии, планирующей сближение с Ганимедом и посадку на него после завершения межпланетного трансфера к Юпитеру, начиная с момента прибытия космического аппарата в его сферу действия.

Конструирование миссий к системе Юпитера сталкивается с рядом сложностей, которые возрастают при наложении ограничений на расход ресурса, суммарную дозу полученной радиации и длительность проведения тура. С помощью использования диаграмм Тиссерана-Пуанкаре показано, что разнообразие гравитационного ансамбля в системе Юпитера не только усложняет точный баллистический анализ миссии, но, при его эффективном использовании, позволяет адаптировать алгоритмы построения сценариев под интересы конкретных космических миссий, включая посадку на один из спутников Юпитера при разумных затратах ресурсов и времени. Приведены результаты расчетов динамики накопления суммарной дозы радиации, получаемой в процессе осуществления миссии. Показано, что на эллиптических орбитах около Юпитера основная доза радиации на одном витке космический аппарат получает квазисингулярно, в районе орбитального перицентра [3].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Boutonnet A., Schoenmaekers J.* JUICE. Consolidated Report on Mission Analysis (CReMA). // Reference WP-578 Issue 1 Date of Issue 29/05/2012
2. *Golubev Yu.F., Grushevskii A.V., Koryanov V.V., Tuchin A.G.* A Method of Orbit Designing Using Gravity Assist Maneuvers to the Landing on The Jupiter's moon Ganymede // Third Moscow Solar System Symposium, Moscow, 2012. URL: <http://ms2012.cosmos.ru/presentations>
3. *Golubev Yu.F., Grushevskii A.V., Koryanov V.V., Tuchin A.G.* A Method of Orbits Designing Using Gravity Assist Maneuvers To The Landing on the Jovian's Moons // International Colloquium and Workshop Ganymede Lander: scientific goals and experiments, Moscow, March 4-8, 2013. URL: <http://glcw2013.cosmos.ru/presentations>

### *Сведения об авторах*

Голубев Юрий Филиппович, профессор, д-р физ.-мат. наук, зав. отделом ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, Москва, Россия, [golubev@keldysh.ru](mailto:golubev@keldysh.ru), тел. 8-499-250-79-36  
Грушевский Алексей Васильевич, д-р физ.-мат. наук, вед. научн. сотр. ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, Москва, Россия, [alexgrush@rambler.ru](mailto:alexgrush@rambler.ru), тел. 8-495-333-80-67  
Корянов Виктор Васильевич, ст. научн. сотр. ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, Москва, Россия, [koryanov@keldysh.ru](mailto:koryanov@keldysh.ru), тел. 8-495-333-80-67  
Тучин Андрей Георгиевич, д-р физ.-мат. наук, зав. сектором ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия, [tag@kiam1.rssi.ru](mailto:tag@kiam1.rssi.ru), тел. 8-495-333-80-67

### *Data on the authors*

Golubev Yuri Filippovich, Professor, Doctor of physical and mathematical sciences, Department Head, KIAM RAS, Moscow, Russia, [golubev@keldysh.ru](mailto:golubev@keldysh.ru), tel. 8-499-250-79-36  
Grushevskii Alexey Vasilyevich, Doctor of physical and mathematical sciences, Leading Researcher, KIAM RAS, Moscow, Russia, [alexgrush@rambler.ru](mailto:alexgrush@rambler.ru), tel. 8-495-333-80-67  
Koryanov Victor Vasilyevich, Senior Research Associate, KIAM RAS, Moscow, Russia, [koryanov@keldysh.ru](mailto:koryanov@keldysh.ru), tel. 8-495-333-80-67  
Tuchin Andrej Georgievich, Doctor of physical and mathematical sciences, Head of Sector, KIAM RAS Moscow, Russia, [tag@kiam1.rssi.ru](mailto:tag@kiam1.rssi.ru), tel. 8-495-333-80-67